Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
МОСКОВСКАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Теория игр»

Направление 080100 Экономика
для подготовки студентов — бакалавров очного отделения

Автор — составитель программы:
В. В. Славова, кандидат физико-математических наук

Рабочая программа утверждена
решением Ученого совета МШЭ МГУ
Протокол № от «___» ______ 2011 г.

Москва
2011

ВВЕДЕНИЕ

Учебная программа по курсу «Методы оптимальных решений» разработана в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования Министерства образования и науки Российской Федерации.

Рабочая программа соответствует учебному плану подготовки бакалавров (магистров) по направлению 080100 “Экономика”.

Изучение курса «Методы оптимальных решений » предназначено для формирования и усвоения знаний и навыков в области применения математических методов к экономической теории и практике, которые необходимы развития профессиональных качеств, компетенций, необходимых для выполнения функциональных обязанностей в сфере экономики.

Основные задачи преподавания дисциплины:

- изучение основных математических результатов в теории игр
- привитие практических навыков в переходе от прикладной постановки задачи к математической модели.
- Формирование математического подхода к решению практических задач

В результате изучения курса студенты должны:

Знать:

- основные определения и понятия, рассматриваемые в теории игр
- типы экономических задач, решаемых с помощью теории игр

Уметь:

- перейти от прикладной задачи к математической модели
- решать задачи, рассматриваемые в теории игр
- формулировать выводы математических решений в экономических понятиях

Практическая реализация учебной программы предусматривает проведение аудиторных занятий в виде лекций, семинаров, консультаций и организации самостоятельной работы студентов.

Дисциплина изучается в течение 4 семестра при общем объеме учебной нагрузки 40 часов. Итоговый контроль – в форме зачета.

Учебно-тематический план

№	Название раздела, темы	Всего часов		
		лекции	семинары	Самостоя-тельная работа
1	Тема 1 **АНТАГОНИСТИЧЕСКИЕ ИГРЫ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТРАТЕГИЙ**	4	3	6
2	Тема 2 **АНТАГОНИСТИЧЕСКИЕ ИГРЫ С БЕСКОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТРАТЕГИЙ**	1	1	6
	Тема 3 Позиционные игры	2	2	4
	Тема 4 Биматричные игры	4	3	4
Всего по курсу:		**11**	**9**	**20**

Самостоятельная работа предусматривает изучение основной и дополнительной учебной литературы, выполнение домашних заданий, реферативных заданий.

Краткое содержание курса

ТЕМА 1

Лекция 1.

Задание игры как взаимодействия игроков А и В, каждый из которых имеет в своем распоряжении m и n стратегий соответственно, в согласии с заданной матрицей выигрышей.
Различные типы игр в зависимости от строения матрицы выигрышей, количества стратегий, количества игроков и т. д.
Примеры практических задач, решение которых сводится к модели антагонистической игры. Антагонистические игры с матрицей платежей A_{mxn} .
Принцип построения стратегии игрока А, основанный на максимизации минимальных выигрышей – максиминная стратегия игрока А. Нижняя цена игры α (игроку А гарантирован выигрыш, не меньший α).

Лекция 2.
Минимаксная стратегия игрока В. Цена игры(седловая точка). Оптимальные стратегии, соответствующие седловой точке.
Решение антагонистической матричной игры как указание седловой точки, цены игры и пары оптимальных стратегий. Принцип доминирования стратегий игрока А и игрока В в антагонистической игре.

Лекция 3.
Смешанные стратегии в антагонистической игре.
Случайная величина, значения которой – стратегии игрока А.
Задание этой случайной величины вектором вероятностей стратегий $A_1, A_2, ..., A_m$ игрока А. Средний выигрыш игрока А в серии повторяющихся игр как математическое ожидание случайной величины, являющейся выигрышем игрока А.
Пара оптимальных смешанных стратегий P^O, Q^0 и цена игры.

Лекция 4.
Решение антагонистической игры в смешанных стратегиях. Теорема Дж. Фон Ноймана о решении антагонистической матричной игры.
Свойства оптимальных смешанных стратегий.
Решение антагонистической матричной игры в смешанных стратегиях для матриц платежей размером 2 x n и m x 2.

ТЕМА 2 АНТАГОНИСТИЧЕСКИЕ ИГРЫ С БЕСКОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТРАТЕГИЙ

Лекция 5.
Определение седловой точки функции двух переменных. Задание антагонистической игры с бесконечным числом стратегий. Пример функции двух переменных, у которой нет седловой точки. Условие существования решения игры. Смешанное расширение игры такого типа. Выигрыши игроков в смешанном расширении игры.

ТЕМА 3 ПОЗИЦИОННЫЕ ИГРЫ

Лекция 6.
Позиционные игры как процесс последовательного принятия решений .
Позиционные игры с полной информацией и с неполной информацией
Дерево игры. Информационное множество. Графическое представление позиционной игры.

Лекция 7.
Нормализация позиционной игры как сведение позиционной игры к матричной игре. Двухходовая и трехходовая позиционные игры. Биматричные игры. Матрица выигрышей для биматричной игры размером 2 х 2.

ТЕМА 4 БИМАТРИЧНЫЕ ИГРЫ

Лекция 8.
Доминирующие стратегии в биматричных играх. Равновесие с доминирующими стратегиями (равновесие по Нэшу) в чистых стратегиях. Пример биматричной игры, не имеющей равновесия по Нэшу в чистых стратегиях. Решение биматричной игры в смешанных стратегиях. Средние выигрыши игроков А и В.
Определение равновесной ситуации. Равновесие по Нэшу в смешанных стратегиях.

Лекция 9.
Теорема Дж. Нэша о существовании решения биматричной игры в смешанных стратегиях. Парето- граница замкнутого выпуклого множества Определение стратегий, оптимальных по Парето, в чистых и смешанных стратегиях

Лекция 10.
Игры с «Природой». Матрица рисков. Принятие решений в условиях риска и в условиях неопределенности. Оптимальность стратегии по критерию Байеса по отношению к выигрышу и по отношению к риску. Критерий Лапласа оптимальности по отношению к выигрышу. Бесполезность смешанных стратегий для игр с « Природой».

Лекция 11.
Примеры практических (экономических) постановок задач, приводящих к антагонистическим и неантагонистическим играм: задача установления равновесной цены на взаимозаменяемую продукцию в модели дуополии, теоретико-игровая модель дуополии Курно и рыночное равновесие в условиях, когда фирмы принимают решения об объеме выпуска продукции, теоретико-игровая модель равновесия Вальраса.

Порядок проведения промежуточного и итогового контроля

Промежуточный контроль осуществляется в процессе обучения на семинарских занятиях в виде проведения двух контрольных работ, а также реферативных заданий по желанию для студентов, активно работающих на семинарах и регулярно выполняющих домашние задания. По результатам промежуточного контроля проставляются текущие оценки в учетных ведомостях, которые ведет преподаватель.

Итоговый контроль проводится в форме предварительного анализа накопленных промежуточных оценок и выведения результирующей оценки путем проведения зачета. Зачет проводится письменно посредством выполнения контрольных заданий.

Примеры проверочной работы

I. ***Зачетная работа*** **Вариант В**

1. Опишите парную антагонистическую игру с конечным числом стратегий, основные принципы взаимодействия игроков. *(3 балла)* Что такое седловая точка для игры этого типа? *(0.5 балла)*Что означает – решить игру? Как решать игру, если нет седловой точки? *(1 балл)* Что утверждает теорема Дж. фон Неймана? *(1 балл)*

2. Ч то такое » равновесие в доминирующих стратегиях» в биматричной игре (конечное число стратегий)?
Что такое «равновесие по Нэшу » в биматричной игре? Знают ли игроки о выборе партнеров в случае равновесия по Нэшу? Когда игрок А принимает решение выбрать стратегию, входящую в равновесие по Нэшу, он знает твердо, каков выбор другого игрока или нет ? *(3 балла)*
Прибыль, которую получает игрок А, выбрав равновесие по Нэшу, больше или меньше прибыли, которую он получит, выбрав другую стратегию, не входящую в равновесие по Нэшу*?* *(0.5 балла)*

ЗАДАЧИ

3. Среди 4 самых востребованных телеканалов рассмотрим взаимодействие двух из них: 1 Канал (К) и НТВ (Н). Борьба идет за проценты телезрителей, которые в одно и тоже время смотрят тот или иной канал; эти проценты определяются с помощью опросов.
Если оба канала показывают «Новости», то зрители предпочитают смотреть их на НТВ – всего 56 % зрителей, но 25 % зрителей смотрит их на 1 Канале. Если же 1 Канал показывает развлекательную программу, а НТВ – «Новости», то К смотрят 65 % зрителей, в то время, как НТВ смотрят 20 %. Если же НТВ показывает развлекательную передачу, а К- «Новости», то К смотрят 30 %, а НТВ – 50 %. Представить эту ситуацию в виде игры (определите игроков, их стратегии, выигрыши, тип игры*)*.
Вы можете дополнить условие задачи по своему выбору, если Вам кажется, что задача недоопределена. *(3,5 балла)*

4. Решить антагонистическую игру с матрицей платежей

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 7 & 3 \\ 1 & 6 & -2 & 3{,}5 \end{pmatrix}$$ (4 балла)

II . *Зачетная работа* Вариант А

1. Различные типы игр в зависимости от строения матрицы выигрышей, количества стратегий, количества игроков и т. д. Определение седловой точки функции двух переменных. Задание игры с бесконечным числом стратегий. Пример функции двух переменных, у которой нет седловой точки. Что значит: решить игру? Условие существования решения игры. Смешанное расширение игры. Выигрыши игроков в смешанном расширении игры. *(4 балла)*

ЗАДАЧИ

2. Задана игра

$$\Gamma = \left\{ X = [0,1],\ \ Y = [0,1],\ \ F(x,y) = 2x^2 - 3x \cdot y + 2y^2 \right\}$$

Решить игру. *(4 балла)*

3. Полковнику Блотто (игроку А) поставлена задача прорыва тремя полками через два параллельных друг другу горных перевала, охраняемых двумя полками его противника (игрока В).

Если полки врагов встречаются друг с другом, то они бьют друг друга, т.е. ровно 1 полк истребляет ровно 1 полк врага. **Выигрыш полковника равен общему числу полков, прорвавшихся через два перевала.** Стратегии полковника заключаются в том, чтобы распределить 3 полка между двумя перевалами, например, на первый перевал поставить 1 полк, а на второй - два полка. Если при этом противник на первом перевале поставил 1 полк, и на другой перевал поставил 1 полк, то на первом перевале полки друг друга уничтожат, а на втором перевале 1 полк полковника Блотто уничтожится в борьбе с врагом, зато второй полк прорвется и выигрыш полковника будет равен 1.

Стратегии полковника Блотто заключается в том, что на первый перевал он направляет k_1 полков, а на второй перевал направляет k_2 полков.

Подсказка: $(k_1, k_2) \in X = \{(3,0),(2,1),(1,2),(0,3)\}$. Противник располагает аналогичными стратегиями: направить на первый перевал l_1 полков, на второй перевал - l_2 полков, $(k_1, k_2) \in Y = \{(2,0),(1,1),(0,2)\}$.

Выигрыш полковника равен $\max[k_1 - l_1, 0)] + \max[k_2 - l_2, 0]$. Решите матричную игру: определите стратегии игроков, напишите матрицу выигрышей, найдите наилучшее решение для полковника Блотто. *(5 баллов)*

4. Имеется кучка из 3 камней. Два игрока по очереди выбирают камни. За один ход разрешается либо взять любое положительное число камней, либо поделить эту кучку на две новые непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Проигравший платит победителю 1 рубль.

Нарисовать дерево игры, решить игру, перевести игру в матричную форму. *(4 балла)*

Рекомендуемая литература

1. Е.В. Шикин, Г.Е. Шикина   Исследование операций. --- М.:Проспект, 2006.
2. А.А. Васин, В.В. Морозов   Теория игр и модели математической экономики. --- М.: Макс-пресс, 2005.
3. М.В. Грачева,Л.Н. Фадеева, Ю.Н. Черемных   Количественные методы в экономических исследованиях. --- М.: Юнити, 2004.
4. Экономико-математическое моделировании под ред. И.Н.Дрогобыцкого. --- М.: Экзамен, 2006.

[1], [2],[3] --- имеют гриф «МГУ им. М.В.Ломоносова»
[4] --- имеет гриф «Финансовая академия при правительстве РФ»