Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
МОСКОВСКАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Математический анализ»

Направление 080100 Экономика
для подготовки студентов — бакалавров очного отделения

Автор — составитель программы:
Ивин Евгений Александрович, кандидат физ.-мат. наук, доцент

Рабочая программа утверждена
решением Ученого совета МШЭ МГУ
Протокол № от «___» ______ 2011 г.

Москва
2011

Учебная программа по курсу «Математический анализ» разработана в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования Министерства образования и науки Российской Федерации.

Рабочая программа соответствует учебному плану подготовки бакалавров по направлению 080100 "Экономика".

Изучение курса «Математический анализ» предназначено для формирования и усвоение знаний, умений, навыков в области экономической теории и практики, которые необходимы для работы в государственных и частных структурах, а также развития профессиональных качеств, компетенций, необходимых для выполнения функциональных обязанностей в сфере экономики.

Основные задачи преподавания дисциплины:

- ознакомление студентов с основами математического анализа;
- раскрытие роли математики в области экономического знания;
- изучение фундаментальных понятий классического анализа;
- привитие практических навыков исследования функциональных зависимостей;
- формирование математического мышления.

В результате изучения курса студенты должны:

Требования к знаниям и умениям по дисциплине

Знать:

- теоретические обоснования и границы применимости методов математического анализа.

Уметь:

- грамотно формулировать и формализовать частные задачи в процессе построения математических моделей;
- применять теоретические знания и практические навыки для их решения.

Владеть:

- основными методами исследования функций;
- базовыми методами.

Иметь представление:

- представление о методах, этапах и способах математического описания и анализа функциональной зависимости переменных.

Практическая реализация учебной программы предусматривает проведение аудиторных занятий в виде лекций, практикумов, семинаров, консультаций и организации самостоятельной работы студентов.

Дисциплина изучается в течение двух семестров при общем объеме учебной нагрузки 146 часов. Итоговый контроль – в форме экзамена по окончании I и II семестров.

Учебно-тематический план

№	**Название раздела, темы**	Лекции	Практические занятия	самостоятельная работа [i]
	Раздел I. Введение. Основы теории множеств.			
	Тема 1. Введение.	2	0	
	Входная контрольная работа.	0	2	
	Тема 2. Множества. Числовые множества.	2	2	2

	Итого по разделу I	*4*	*4*	*2*
	Раздел II. Пределы функций.			
	Тема 1. Числовые последовательности.	2	2	2
	Тема 2. Вычисления пределов.	2	2	2
	Тема 3. Функции действительной переменной.	2	2	2
	Тема 4. Вычисления пределов функции.	2	2	2
	Тема 5. О – символика.	2	2	2
	Тема 6. Непрерывность функции.	2	2	2
	Коллоквиум по разделу II.	2	0	
	Контрольная работа по разделу II.	0	2	
	Итого по разделу II	*14*	*14*	*12*
	Раздел III. Производная и дифференциал.			
	Тема 1. Понятие производной.	2	1	2
	Тема 2. Понятие дифференциала.	2	1	2
	Тема 3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.	2	2	2
	Тема 4. Выпуклость функции.	2	2	2
	Тема 5. Аппроксимация функций.	2	2	2
	Коллоквиум по разделу III.	2	0	
	Контрольная работа по разделу III.	0	2	
	Итого по разделу III.	*12*	*10*	*10*
	Раздел IV. Построение графиков функций.			
	Тема 1. Построение графиков простейших функций.	2	2	4
	Тема 2. Анализ функций и построение графиков.	4	2	4

	Контрольная работа по разделу IV.	0	2	
	Анализ и разбор экзаменационных вопросов.	2	0	
	Итого по разделу IV.	*8*	*6*	*8*
	Итого за I семестр:	***38***	***34***	***32***
	Раздел V. Интегрирование.			
	Тема 1. Неопределенный интеграл.	2	2	2
	Тема 2. Основные методы интегрирования.	4	4	4
	Тема 3. Определенный интеграл.	2	2	2
	Тема 4. Основные методы вычисления определенного интеграла.	2	2	4
	Тема 5. Несобственный интеграл.	2	2	2
	Коллоквиум по разделу V.	2	0	
	Контрольная работа по разделу V.	0	2	
	Итого по разделу V.	*14*	*14*	*14*
	Раздел VI. Функции нескольких переменных.			
	Тема 1. Понятие функции нескольких переменных.	2	2	2
	Тема 2. Оптимизационные задачи.	2	2	4
	Тема 3. Кратный интеграл.	2	2	2
	Контрольная работа по разделу VI.	0	2	
	Итого по разделу VI.	*6*	*8*	*8*
	Раздел VII. Числовые и функциональные ряды.			
	Тема 1. Числовые ряды.	4	2	2
	Тема 2. Функциональные ряды.	2	2	4
	Коллоквиум по разделам VI, VII.	2	0	

	Итого по разделу VII.	*8*	*4*	*6*
	Раздел VIII. Дифференциальные уравнения.			
	Тема 1. ОДУ. Задача Коши.	6	4	4
	Тема 2. Дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	2	2	4
	Контрольная работа по разделу VIII.	0	2	
	Итого по разделу VIII.	*8*	*8*	*8*
	Анализ и разбор экзаменационных вопросов.	4	0	
	Итого за II семестр:	**40**	**34**	**36**
	Всего по курсу:	**78**	**68**	**68**

Самостоятельная работа предусматривает изучение основной и дополнительной учебной литературы, подготовку сообщений по истории математики на семинарских занятиях.

ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. Общая теория множеств.

Понятие множества и подмножества, элемента множества. Открытые и замкнутые множества. Пустое множество. Счетные и несчетные множества. Операции над множествами, декартово произведение множеств. Понятие отображения, функциональное и взаимно-однозначное отображение. Сложная и обратная функции. Область определения и область значений отображения. Числовое множество. Целые, действительные и комплексные числа. Понятие окрестности точки, проколотой окрестности, односторонней окрестности, окрестности бесконечности. Числовые функции, монотонность функции. Графики основных элементарных функций.

Раздел 2. Пределы последовательности и функции.

Понятие последовательности, бесконечно большие и бесконечно малые последовательности, ограниченные последовательности. Их свойства. Предел последовательности. Единственность предела. Свойства предела последовательности. Первый замечательный предел. Основные методы вычисления пределов и раскрытия неопределенностей. Бесконечно большие и бесконечно малые функции, ограниченные функции. Их свойства. Понятие предела функции в точке, предел функции на бесконечности. Свойства предела, единственность предела. Теорема о предельном переходе в сложной функции. Второй замечательный предел. Основные методы вычисления пределов. Символы О-большое, о-малое. Эквивалентность функций. Использование о-символики для вычисления пределов.

Раздел 3. Непрерывность функции.

Два определения непрерывности функции в точке, их эквивалентность. Непрерывность на промежутке. Типы разрывов. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Локальные свойства функций, непрерывных в точке. Первая и вторая теорема Вейерштрасса о непрерывной на отрезке функции. Теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях непрерывной функции.

Раздел 4. Понятия производной и дифференциала.

Понятие производной. Геометрический, физический и экономический смысл производной. Производная элементарных функций. Производная суммы, произведения и частного функций. Производная сложной функции. Примеры.Понятие дифференциала и его физическая интерпретация. Единственность дифференциала. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функций. Основные свойства дифференциала. Теоремы о дифференцируемости обратной функции, инвариантность формы первого дифференциала. Экстремум функции. Необходимое условие внутреннего локального экстремума. Теорема Ролля, ее геометрический смысл. Теорема Лагранжа о конечном приращении, ее геометрический смысл. Теорема Коши. Выпуклость функции (строгая и нестрогая). Геометрическое определение с помощью хорд и его перевод на язык неравенств. Определение выпуклости с помощью касательной. Необходимые и достаточные условия выпуклости. Точки перегиба.

Раздел 5. Аппроксимация многочленами.

Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Пеано. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Запись формулы Тейлора через дифференциалы. Использование формулы Тейлора для приближенных вычислений. Связь с о-символикой.

Раздел 6. Анализ функции и построение графиков.

Сжатие и сдвиги графиков вдоль осей. Построение параболы, гиперболы, дробной функции методом сдвига. Полное исследование функции и построение графика. Нули функции, экстремумы. Нахождение вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот.

Раздел 7. Неопределенный интеграл.

Понятие первообразной функции. Понятие неопределенного интеграла, его свойства. Таблица интегралов. Простейшие дроби. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональной дроби, интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование по частям. Методы интегрирования простейших иррациональных функций.

Раздел 8.Определенный интеграл.

Понятие интегральной суммы. Понятие определенного интеграла Римана. Формулировка критерия интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции, монотонной на отрезке функции, имеющей конечное число точек разрыва. Основные свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Определенный интеграл как функция верхнего (нижнего) предела. Несобственные интегралы I и II рода.

Раздел 9. Функция нескольких переменных.

Понятие функции нескольких переменных. Область определения и область значений. Поверхность уровня. Непрерывность. Частные производные. Градиент. Экстремумы функции нескольких переменных. Оптимизационные задачи. Понятие кратного интеграла. Двойной интеграл на прямоугольной области. Основные свойства и методы вычисленный кратных интегралов.

Раздел 10. Числовой и функциональные ряды.

Понятие числового ряда. Абсолютная и условная сходимость. Необходимое условие сходимости числового ряда. Признаки Даламбера и Коши сходимости ряда. Интегральный признак. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Понятие области сходимости и суммы функционального ряда. Понятие равномерной сходимости. Критерий Коши сходимости функционального ряда. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании функционального ряда.

Раздел 11. Обыкновенное дифференциальное уравнение.

Понятие дифференциального уравнения первого порядка, начального условия. Задача Коши. Построение вида решения методом изоклин. Единственность решения. Методы решения уравнений с разделяющимися переменными. Уравнение Бернулли. Понятие дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Общее и частное решение.

Учебно-тематический план занятий

Семестр 1

Лекция 1. Введение.

Понятие множества и подмножества, элемента множества. Открытые и замкнутые множества. Пустое множество. Счетные и несчетные множества. Операции над множествами, декартово произведение множеств. Понятие отображения, функциональное и взаимно-однозначное отображение. Сложная и обратная функции. Область определения и область значений отображения. (Архипов Г. И. и др., стр. 7-19, Ахтямов А.М., глава 1.)

Лекция 2. Числовые множества.

Числовое множество. Целые, действительные и комплексные числа. Понятие окрестности точки, проколотой окрестности, односторонней окрестности, окрестности бесконечности. Числовые функции, монотонность функции. Графики основных элементарных функций. (Архипов Г. И. и др., стр. 19-29, Ахтямов А.М., глава 2.)

Лекция 3. Числовые последовательности.

Понятие последовательности, бесконечно большие и бесконечно малые последовательности, ограниченные последовательности. Их свойства. Предел последовательности. Единственность предела. Свойства предела последовательности. (Архипов Г. И. и др., стр. 29-55, Ахтямов А.М., глава 3, стр.43-51.)

Лекция 4. Вычисления пределов.

Первый замечательный предел. Основные методы вычисления пределов и раскрытия неопределенностей. (Ахтямов А.М., глава 5, стр. 76-86.)

Лекция 5. Функции действительной переменной.

Бесконечно большие и бесконечно малые функции, ограниченные функции. Их свойства. Понятие предела функции в точке, предел функции на бесконечности. Свойства предела, единственность предела. (Архипов Г. И. и др., стр. 55-74, Ахтямов А.М., глава 4, стр. 56-69.)

Лекция 6. Вычисления пределов функции.

Теорема о предельном переходе в сложной функции. Второй замечательный предел. Основные методы вычисления пределов. (Архипов Г. И. и др., стр. 45-55, Ахтямов А.М., глава 5, стр.76-92.)

Лекция 7. О-символика.

Символы О-большое, о-малое. Эквивалентность функций. Использование о-символики для вычисления пределов. (Ахтямов А.М., глава 4, стр. 59-69.)

Лекция 8. Непрерывность функции.

Два определения непрерывности функции в точке, их эквивалентность. Непрерывность на промежутке. Типы разрывов. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции. Локальные свойства функций, непрерывных в точке. (Архипов Г. И. и др., стр. 74-79, Ахтямов А.М., глава 4, стр. 69-76.)

Лекция 9. Свойства непрерывных функций.

Первая и вторая теорема Вейерштрасса о непрерывной на отрезке функции. Теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях непрерывной функции. (Архипов Г. И. и др., стр. 79-93)

Контрольная работа по разделу I.

Лекция 10. Понятие производной.

Понятие производной. Геометрический, физический и экономический смысл производной. Производная элементарных функций. Производная суммы, произведения и частного функций. Производная сложной функции. Примеры. (Архипов Г. И. и др., стр. 98-115, Ахтямов А.М., глава 7 и глава 8, стр. 103-128.)

Лекция 11. Понятие дифференциала.

Понятие дифференциала и его физическая интерпретация. Единственность дифференциала. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функций. Основные свойства дифференциала. Теоремы о дифференцируемости обратной функции, инвариантность формы первого дифференциала. (Архипов Г. И. и др., стр. 98-115.)

Лекция 12. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.

Экстремум функции. Необходимое условие внутреннего локального экстремума. Теорема Ролля, ее геометрический смысл. Теорема Лагранжа о конечном приращении, ее геометрический смысл. Теорема Коши. (Архипов Г. И. и др., стр. 115-126, Ахтямов А.М., глава 8, стр. 128-139, глава 9, стр. 140-151.)

Лекция 13. Выпуклость функции.

Выпуклость функции (строгая и нестрогая). Геометрическое определение с помощью хорд и его перевод на язык неравенств. Определение выпуклости с помощью касательной. Необходимые и достаточные условия выпуклости. Точки перегиба. (Архипов Г. И. и др., стр. 144-157, Ахтямов А.М., глава 9, стр. 151-179.)

Лекция 14. Аппроксимация функций.

Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Пеано. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Запись формулы Тейлора через дифференциалы. Использование формулы Тейлора для приближенных вычислений. Связь с о-символикой. (Архипов Г. И., стр. 132-160.)

Лекция 15. Построение простейших функций.

Сжатие и сдвиги графиков вдоль осей. Построение параболы, гиперболы, дробной функции методом сдвига. (Ахтямов А.М., глава 2.)

Лекция 16. Анализ функции и построение графиков.

Полное исследование функции и построение графика. Нули функции, экстремумы. Нахождение вертикальных, горизонтальных и наклонных асимптот. (Ахтямов А.М., глава 9, стр. 164-181.)

Лекция 17. Резерв.

Анализ и повторение сложных тем по результатам контрольных работ.

Семестр 2.

Лекция 1. Неопределенный интеграл.

Понятие первообразной функции. Понятие неопределенного интеграла, его свойства. Таблица интегралов. Простейшие дроби. (Архипов Г. И. и др., стр. 166-174, Ахтямов А.М., глава 11, стр. 201-210.)

Лекция 2. Основные методы интегрирования.

Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональной дроби, интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка. (Ахтямов А.М., глава 11, стр. 210-213.)

Лекция 3. Интегрирование по частям.

Интегрирование по частям. Методы интегрирования простейших иррациональных функций. (Ахтямов А.М., глава 11, стр. 213-220.)

Лекция 4.Определенный интеграл.

Понятие интегральной суммы. Понятие определенного интеграла Римана. Формулировка критерия интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции, монотонной на отрезке функции, имеющей конечное число точек разрыва. (Архипов Г. И., стр. 183-195. и Ахтямов А.М., глава 12, стр. 220-231.)

Лекция 5. Методы вычислений определенного интеграла.

Основные свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле. (Архипов Г. И. и др., стр. 212-233, Ахтямов А.М., глава 12, стр. 231-260.)

Лекция 6. Несобственный интеграл.

Определенный интеграл как функция верхнего (нижнего) предела. Несобственные интегралы I и II рода. (Архипов Г. И. и др., стр. 246-249 и 253-257, Ахтямов А.М., глава 12, стр. 260-269.)

Лекция 7. Функция нескольких переменных.

Понятие функции нескольких переменных. Область определения и область значений. Поверхность уровня. Непрерывность. Частные производные. Градиент. (Архипов Г. И. и др., стр. 314-337, Ахтямов А.М., глава 14, стр. 278-305.)

Лекция 8. Оптимизационные задачи.

Экстремумы функции нескольких переменных. Оптимизационные задачи. (Архипов Г. И. и др., стр. 74-98337-347, Ахтямов А.М., глава 15, стр. 305-336.)

Лекция 9. Кратный интеграл.

Понятие кратного интеграла. Двойной интеграл на прямоугольной области. Основные свойства и методы вычисленный кратных интегралов. (Архипов Г. И., стр. 544-556, 562-566.)

Лекция 10. Числовой ряд.

Понятие числового ряда. Абсолютная и условная сходимость. Необходимое условие сходимости числового ряда. Признаки Даламбера и Коши сходимости ряда. Интегральный признак. (Архипов Г. И., стр. 347-381.)

Лекция 11. Функциональный ряд.

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Понятие области сходимости и суммы функционального ряда. Понятие равномерной сходимости. Критерий Коши сходимости функционального ряда. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании функционального ряда. (Архипов Г. И., стр. .388-407.)

Лекция 12. Обыкновенное дифференциальное уравнение.

Понятие дифференциального уравнения первого порядка, начального условия. Задача Коши. Построение вида решения методом изоклин. Единственность решения. (Ахтямов А.М., глава 17, стр. 357-361.)

Лекция 13. Основные методы решений ОДУ.

Методы решения уравнений с разделяющимися переменными. Уравнение Бернулли. (Ахтямов А.М., глава 17, стр. 361-368.)

Лекция 14. Уравнение с постоянными коэффициентами.

Понятие дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен. Общее и частное решение. (Ахтямов А.М., глава 18.)

Лекция 15-16. Подготовка к экзамену.

Повтор сложного материала по результатам контрольных работ.

Тестовые задания

1. Ивин Е. А., Курбацкий А. Н., Мироненков А. А., Попеленский Ф. Ю., Словеснов А. В. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Первый семестр. Москва, 2008.
2. Ивин Е. А., Курбацкий А. Н., Мироненков А. А., Попеленский Ф. Ю., Словеснов А. В. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. Второй семестр. Москва, 2009.

Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Демидович Б. П. Сборник задач и упражений по математическому анализу.

2. Архипов Г. И., Садовничвий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу.
3. Ахтямов А. М. Математика для социологов и экономистов.

Дополнительная литература:

1. Зорич В.А. Математический анализ. Том 1.

2. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа.

[i] Рекомендательно.