Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
МОСКОВСКАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Методы оптимальных решений»

Направление 080100 Экономика
для подготовки студентов — бакалавров очного отделения

Автор — составитель программы:
В. В. Славова, кандидат физико-математических наук

Рабочая программа утверждена
решением Ученого совета МШЭ МГУ
Протокол № от «___» ______ 2011 г.

Москва
2011

ВВЕДЕНИЕ

Учебная программа по курсу «Методы оптимальных решений» разработана в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования Министерства образования и науки Российской Федерации.

Рабочая программа соответствует учебному плану подготовки бакалавров (магистров) по направлению 080100 “Экономика”.

Изучение курса «Методы оптимальных решений » предназначено для формирования и усвоения знаний и навыков в области применения математических методов к экономической теории и практике, которые необходимы развития профессиональных качеств, компетенций, необходимых для выполнения функциональных обязанностей в сфере экономики.

Основные задачи преподавания дисциплины:

- изучение основных математических результатов в теории экстремумов функций многих переменных
- привитие практических навыков в переходе от экономической постановки задачи к математической модели.
- Формирование математического подхода к решению практических задач

В результате изучения курса студенты должны:

Знать:

- основные определения и понятия теории экстремумов функций многих переменных
- типы экономических задач, решаемых с помощью методов оптимальных решений

Уметь:

- перейти от прикладной экономической задачи к математической модели
- решать математические задачи по предлагаемым направлениям
- формулировать выводы математических решений в экономических понятиях и терминах

Практическая реализация учебной программы предусматривает проведение аудиторных занятий в виде лекций, семинаров, консультаций и организации самостоятельной работы студентов.

Дисциплина изучается в течение 7 семестра при общем объеме учебной нагрузки 76 часов. Итоговый контроль – в форме зачета.

Учебно-тематический план

№	Название раздела, темы	Всего часов		
		лекции	семинары	самостоятельная работа
	Раздел I «Экстремумы функций многих переменных, необходимые для решения экономических задач»			
1	Тема 1 Безусловные экстремумы…	1	3	10
2	Тема 2 Условные экстремумы…	3	4	10
	Итого по разделу I:	4	7	20
	Раздел II «Задачи линейного программирования»			
	Тема 1 Решение простейших задач ЛП	2	2	6
	Тема 2 Симплекс-метод	1	2	8
	Тема 3 Двойственная задача	1	1	4
	Тема 4 Транспортная задача	3	3	6
	Тема 5 Задачи целочисленного программирования	1	1	4
	Итого по разделу II:	8	9	28
Всего по курсу:		**12**	**16**	**48**

Самостоятельная работа предусматривает изучение основной и дополнительной учебной литературы, выполнение домашних заданий, реферативных заданий.

Краткое содержание курса

Раздел I.

Лекция 1.
Экономические задачи, требующие для решения методов оптимизации:
1) оптимизация целевой функции потребления в условиях бюджетных ограничений,
2) максимизация производственной функции Кобба-Дугласа при ограничениях на ресурсы,
3) максимизация прибыли фирмы,
4) максимизация функции полезности потребителя при ограничениях на доход,
5) минимизация издержек фирмы при фиксированном объеме выпускаемой продукции.
Определение точек строгого и нестрогого экстремума, а также критических точек для функции $F(\vec{x}) = F(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ многих переменных. Примеры.
Определение Гессиана $D^2F(\vec{x})$ и седловой точки для функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия того, что точка является точкой строгого локального экстремума. Экономический смысл понятия седловой точки.
[1] гл.6.1; [6] тема 3, п.2.

Лекция 2.
Выпуклые множества и выпуклые функции. Свойства выпуклых функций. Критерий выпуклости функции двух переменных.
Нахождение условного локального экстремума с условиями связи в виде единственного равенства. Два подхода:
1) условие связи разрешимо относительно одного переменного, (производственная функция Леонтьева)
2) по методу Лагранжа. Понятие окаймленного Гессиана. Достаточные условия условного локального экстремума, сформулированные в терминах окаймленной матрицы Гессе или в терминах квадратичной формы, являющейся вторым дифференциалом функции Лагранжа.
[1] гл.6.2, 6.3; [6] тема3, п.3., П.3.1.,3.2.

Лекция 3.
Функция Лагранжа для случая нескольких уравнений связи в виде равенства. Поиск точек возможного условного экстремума для этого случая. Поиск точек условного экстремума в случае, когда условие задано в виде неравенства, на примерах.

[1] гл.6.2, 6.3; [6] тема 3, п.3, п.4.

Лекция 4.
Постановка задачи оптимизации в условиях ограничений в виде нескольких неравенств. Условие Якоби. Условие Слейтера. Необходимое условие существования локального максимума.Теорема Куна – Таккера. Экономические примеры, в которых решаются задачи оптимизации.
[1] гл.6.5, 6.7; [6] тема 3, п.2, тема 4, п. 2, п.4, п.5.

Раздел II.
Лекция 5.
Постановка задачи поиска глобального экстремума в задачах математического программирования. Примеры типовых практических задач, приводящих к математической постановке задачи математического (линейного) программирования:
1) задача о диете,
2) задача оптимизации производства при ограничениях на ресурсы.
[4] тема D гл.1.1; [3] гл.9.1.

Лекция 6.
Примеры графического решения задач линейного (математического) программирования в случае двух переменных. Свойства решений задачи линейного программирования (ЗЛП)--- связь опорного решения ЗЛП и угловых точек многогранника решений.
[3] гл.9.2, 9.3; [4] тема D, гл.1.1, 1.2, 2.1, 2.2.

Лекция 7.
Симплексный метод решения задач линейного программирования. Двойственные задачи линейного программирования. Общие правила построения двойственных задач.
[4] тема D гл.4.1-4.4 ; гл.5.1-5.2.

Лекция 8.
Первая теорема двойственности, ее экономический смысл. Вторая теорема двойственности.
[4] тема D гл.5.3-5.4; [7],п.1.4

Лекция 9.

Экономико-математическая модель транспортной задачи. Построение начального распределения поставок методом «северо-западного угла». Открытая и закрытая транспортная задача. Свойство системы ограничений транспорт ной задачи. Построение начального распределения поставок методом «минимальной стоимости».
[4] тема D гл.6.1-6.9; [7] п.1.5 .

Лекция 11.
Решение транспортной задачи методом потенциалов.
Решение транспортной задачи с ограничениями на пропускную способность.
[4] тема D гл.6.6-6.9, 6.12; [7] п.1.5.

Лекция 12.
Решение транспортной задачи по критерию времени.
[4] тема D гл.6.13; [7] п.1.5.

Лекция 13.
Постановка задачи о назначениях. Постановка задачи целочисленного программирования. Примеры.
[4] тема D гл.7.1.

Порядок проведения промежуточного и итогового контроля

Промежуточный контроль осуществляется в процессе обучения на семинарских занятиях в виде проведения двух контрольных работ, а также реферативных заданий по желанию для студентов, активно работающих на семинарах и регулярно выполняющих домашние задания. По результатам промежуточного контроля проставляются текущие оценки в учетных ведомостях, которые ведет преподаватель.

Итоговый контроль проводится в форме предварительного анализа накопленных промежуточных оценок и выведения результирующей оценки путем проведения зачета. Зачет проводится письменно посредством выполнения контрольных заданий.

Пример проверочной работы

№ 1. Найти такие значения переменных x_1 *и* x_2, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $Z = 2x_1 + 3x_2$ принимала максимальное значение, если это возможно. Построить ОДР **(2 балла),**

решить методом перебора вершин **(1 балл),**

вычислить градиент целевой функции и решить, опираясь на градиент **(2 балла).**

$$(А)\quad \begin{cases} -x_1 + x_2 \le 4 \\ x_1 + x_2 \le 12 \\ x_1 + 5x_2 \ge 20 \end{cases},$$

$$x_1 \ge 0,\quad x_2 \ge 0.$$

№ 2. Найти такие значения переменных x_1, x_2, x_3, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $Z = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \to \max$ (принимала максимальное значение), если это возможно.

$$(А)\quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 \le 240 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \le 100 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \le 80 \end{cases},$$

$$x_1 \ge 0,\quad x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0.$$

Решить симплексным методом **(5 баллов);**

Как называется функция $Z = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3$? **(1 балл).**

№ 3.Транспортная задача.

Необходимо перевезти запасы продукции в количестве 180,70, 20 единиц со складов A_1, A_2, A_3, соответственно, к потребителям B_1, B_2, B_3, B_4, причем нужды потребителей составляют 40, 130, 110, 50 единиц соответственно.

Стоимости перевозок таковы:

от A_1 к 1) B_1 равна 5; 2) к B_2 равна 3; 3) к B_3 равна 12; 4) к B_4 равна 4;

от A_2 к 1) B_1 равна 2; 2) к B_2 равна 3 3) к B_3 равна 9; 4) к B_4 равна 5;

от A_3 к 1) B_1 равна 7; 2) к B_2 равна 5; 3) к B_3 равна 9; 4) к B_4 равна 6.

Требуется определить план перевозок так, чтобы все запасы были перевезены; все получатели были удовлетворены; **транспортные расходы (стоимость перевозок) были минимальны.**

Проверить, является ли задача открытой **(0,5 балла),**

представить задачу в табличном виде **(1,5 баллов),**

написать целевую функцию **(1,5 балла),**

дать определение плана поставок или плана перевозок **(1 балл),** построить первоначальный план перевозок методом «северо-западного» угла **(2 балла),**

решить задачу методом потенциалов, указывая на каждом шаге величину транспортных расходов **(5 баллов),**

объяснить, согласно какому критерию процесс решения задачи закончен, т.е. почему Вы остановились в поисках лучшего опорного решения **(1 балл),**

указать стоимость транспортных расходов для первоначального плана и для окончательного. **(1,5 балла).**

№ 4. Транспортная задача относительно времени перевозок

Четыре поставщика с грузом соответственно в10,15, 25, единиц могут обеспечить четырех потребителей, которым необходимы поставки соответственно в количестве 5, 10, 20 и 15 единиц грузов.

Матрица времен перевозок такова: $\begin{pmatrix} 8 & 3 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 6 & 7 \\ 1 & 9 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

Найти минимальное время на перевозку грузов. **(5 баллов)**

№ 5. Найти экстремумы функции

$$z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$$ **(3 балла)**

Исследовать на условный экстремум функцию

$$u = \exp\{x + 2y\} = e^{x+2y}$$

при условии $x^2 + y^2 = 1$. **(4 балла)**

Рекомендуемая литература

Основная литература.

1. В.А.Малугин Математика для экономистов. Линейная алгебра. Курс лекций. М.:Эксмо. 2006.
2. В.А.Малугин Математика для экономистов. Линейная алгебра. Задачи и упражнения. М.:Эксмо. 2006.
3. Н.Ш.Кремер, Б.А.Путко, И.М.Тришин Математика для экономистов: от арифметики до эконометрики. М: Высшее образование.2007.
4. В.И.Ермаков и др. Общий курс высшей математики для экономистов. М.:Инфра-М.2008.
5. В.И.Ермаков и др. Сборник задач по высшей математике для экономистов. М.:Инфра-М.2006.
6. А.В.Соколов, В.В.Токарев Методы оптимальных решений. Т.1. М.:Физматлит. 2010.
7. А.Н.Ильченко,О.Л.Ксенофонтова, Г.В.Канакина Практикум по экономико-математическим методам. М.: Финансы и статистика. 2009.

Дополнительная литература:

1.М.В.Грачева, Л.Н.Фадеева, Ю.Н.Черемных Количественные методы в экономических исследованиях. М.: ЮНИТИ.2004 .

2. C.H.Simon, L.Blume Mathematics for Economists. Norton & Company. London.1994.

3. М. Интригатор Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.:Айрис-пресс, 2002.
4. R.K.Sundaram A First Course in Optimization Theory. Cambridge. University Press.1996.